Assignment

Exponential series

Basic Level

1. $1+\frac{4^2}{3!}+\frac{4^4}{5!}+........\infty$

(a) $\frac{e^4+e^{-4}}{4}$ (b) $\frac{e^4-e^{-4}}{4}$ (c) $\frac{e^4+e^{-4}}{8}$ (d) $\frac{e^4-e^{-4}}{8}$

2. $\frac{1}{2!}+\frac{1+2}{3!}+\frac{1+2+3}{4!}+.....\infty=$ **[EAMCET 2003]**

(a) e (b) $2e$ (c) $\frac{e}{2}$ (d) None of these

3. $1+\frac{(\log_e x)^2}{2!}+\frac{(\log_e x)^4}{4!}+........\infty$

(a) x (b) $\frac{1}{x}$ (c) $\frac{1}{2}(x+x^{-1})$ (d) $\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$

4. $1+\frac{2^2}{2!}+\frac{3^2}{3!}+\frac{4^2}{4!}+........\infty=$

(a) e (b) $2\ e$ (c) $3\ e$ (d) None of these

5. $\frac{1}{1!}+\frac{4}{2!}+\frac{7}{3!}+\frac{10}{4!}+........\infty=$

(a) $e+4$ (b) $2+e$ (c) $3+e$ (d) e

6. $\frac{2}{1!}+\frac{2+4}{2!}+\frac{2+4+6}{3!}+........\infty=$ **[MNR 1985]**

(a) e (b) $2\ e$ (c) $3\ e$ (d) None of these

7. $\left(1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+........\infty\right)^2-\left(1+\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}+........\infty\right)^2=$

(a) 0 (b) 1 (c) –1 (d) 2

8. $1+\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}+\frac{1}{7!}+........\infty=$ **[MP PET 1991]**

(a) e^{-1} (b) e (c) $\frac{e+e^{-1}}{2}$ (d) $\frac{e-e^{-1}}{2}$

9. $1+\frac{\log_e x}{1!}+\frac{(\log_e x)^2}{2!}+\frac{(\log_e x)^3}{3!}+........\infty=$ **[Kurukshetra CEE 1998; JMI CET 2000]**

(a) $\log_e x$ (b) x (c) x^{-1} (d) $-\log_e(1+x)$

10. $\frac{x^2-y^2}{1!}+\frac{x^4-y^4}{2!}+\frac{x^6-y^6}{3!}+.........\infty=$

(a) e^x-e^y (b) $e^{x^2}-e^{y^2}$ (c) $2+e^{x^2}-e^{y^2}$ (d) $\frac{e^x-e^y}{2}$

11. $1+x\log_e a+\frac{x^2}{2!}(\log_e a)^2+\frac{x^3}{3!}(\log_e a)^3+........=$ **[EAMCET 2002]**

(a) a^x (b) x (c) $a^{\log_a x}$ (d) a

12. $3+\frac{5}{1!}+\frac{7}{2!}+\frac{9}{3!}+........\infty=$

(a) $3e$ (b) $5\,e$ (c) $5e-1$ (d) None of these

13. $1-x+\frac{x^2}{2!}-\frac{x^3}{3!}+.....\infty=$ **[MP PET 1986]**

(a) e^x (b) e^{-x} (c) e (d) e^{x^2}

14. $\frac{2}{1!}\log_e 2+\frac{2^2}{2!}(\log_e 2)^2+\frac{2^3}{3!}(\log_e 2)^3+....\infty=$

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) None of these

15. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8(2)!}+\frac{1}{16(3)!}+\frac{1}{32(4)!}+....\infty=$

(a) e (b) $\sqrt{e}$ (c) $\frac{\sqrt{e}}{2}$ (d) None of these

16. Sum to infinity of the series $1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+.......$ is **[MP PET 1994]**

(a) $\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ (b) $\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ (c) $\frac{e^{-x}-e^x}{2}$ (d) $\frac{-(e^x+e^{-x})}{2}$

17. Sum of the infinite series $1+2+\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{1}{4!}+\frac{2}{5!}+....$ is **[Roorkee 2000]**

(a) e^2 (b) $e+e^{-1}$ (c) $\frac{e-e^{-1}}{2}$ (d) $\frac{3e-e^{-1}}{2}$

18. The value of $1-\log 2+\frac{(\log 2)^2}{2!}-\frac{(\log 2)^3}{3!}+.....$ is **[MP PET 1998]**

(a) 2 (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\log 3$ (d) None of these

19. The sum of the series $\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}-.....$ is **[DCE 2002]**

(a) e (b) $e^{-\frac{1}{2}}$ (c) e^{-2} (d) None of these

20. If $S=\sum_{n=2}^{\infty}{}^nC_2\frac{3^{n-2}}{n!}$, then $2S$ equals

(a) $e^{3/2}$ (b) e^3 (c) $e^{-3/2}$ (d) e^{-3}

21. The coefficient of x^r in the expansion of $1+\frac{a+bx}{1!}+\frac{(a+bx)^2}{2!}+....+\frac{(a+bx)^n}{n!}+......$ is **[MP PET 1989]**

(a) $\frac{(a+b)^r}{r!}$ (b) $\frac{b^r}{r!}$ (c) $\frac{e^a b^r}{r!}$ (d) e^{a+b^r}

22. In the expansion of $\frac{a+bx}{e^x}$, the coefficient of x^r is

(a) $\frac{a-b}{r!}$ (b) $\frac{a-br}{r!}$ (c) $(-1)^r\frac{a-br}{r!}$ (d) None of these

23. In the expansion of $(e^x-1)(e^{-x}+1)$, the coefficient of x^3 is

(a) 0 (b) 1/3 (c) 2/3 (d) 1/6

24. In the expansion of $\frac{a+bx+cx^2}{e^x}$, the coefficient of x^n will be

(a) $\frac{a(-1)^n}{n!}+\frac{b(-1)^{n-1}}{(n-1)!}+\frac{c(-1)^{n-2}}{(n-2)!}$ (b) $\frac{a}{n!}+\frac{b}{(n-1)!}+\frac{c}{(n-2)!}$ (c) $\frac{(-1)^n}{n!}+\frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!}+\frac{(-1)^{n-2}}{(n-2)!}$ (d) None of these

25. If n is even, then in the expansion of $\left(1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+....\right)^2$, the coefficient of x^n is

(a) $\frac{2^n}{n!}$ (b) $\frac{2^n-2}{n!}$ (c) $\frac{2^{n-1}-1}{n!}$ (d) $\frac{2^{n-1}}{n!}$

26. If $e^x = y+\sqrt{1+y^2}$, then $y=$ **[MNR 1990; UPSEAT 2000]**

(a) $\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ (b) $\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ (c) e^x+e^{-x} (d) e^x-e^{-x}

27. $\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{2n}=$

(a) e (b) e^{-1} (c) e^2 (d) e^{-2}

Advance Level

28. $\frac{1^2}{2!}+\frac{2^2}{3!}+\frac{3^2}{4!}+....\infty=$

(a) e (b) $e-1$ (c) $e+1$ (d) e^2

29. The sum of the series $1+\frac{3}{2!}+\frac{7}{3!}+\frac{15}{4!}+........\infty$ is **[AMU 1992; Kurukshetra CEE 1999]**

(a) $e(e+1)$ (b) $e(1-e)$ (c) $e(e-1)$ (d) $3e$

30. $\left(1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+....\right)\left(1+\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}+....\right)=$

(a) e^4 (b) $\frac{e^2-1}{e^2}$ (c) $\frac{e^4-1}{4e^2}$ (d) $\frac{e^4+1}{4e^2}$

31. $\dfrac{\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+\frac{1}{6!}+......\infty}{1+\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}+\frac{1}{7!}+....\infty}=$

(a) $\frac{e+1}{e-1}$ (b) $\frac{e-1}{e+1}$ (c) $\frac{e^2+1}{e^2-1}$ (d) $\frac{e^2-1}{e^2+1}$

32. $\dfrac{1+\frac{2^2}{2!}+\frac{2^4}{3!}+\frac{2^6}{4!}+......\infty}{1+\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{2^2}{4!}+....\infty}=$

(a) e^2 (b) e^2-1 (c) $e^{3/2}$ (d) None of these

33. $1+\frac{2^4}{2!}+\frac{3^4}{3!}+\frac{4^4}{4!}+.....\infty=$

(a) $5e$ (b) e (c) $15e$ (d) $2e$

34. $(1+3)\log_e 3+\frac{1+3^2}{2!}(\log_e 3)^2+\frac{1+3^3}{3!}(\log_e 3)^3+.....\infty=$ **[Roorkee 1989]**

(a) 28 (b) 30 (c) 25 (d) 0

35. $\frac{1}{1!}+\frac{1+2}{2!}+\frac{1+2+2^2}{3!}+.....\infty=$ **[AMU 1992; Kurukshetra CEE 1999; EAMCET 2002]**

(a) e^2 (b) e^2-1 (c) e^2-e (d) e^3-e^2

36. The sum of the series $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n^2-n+1}{n!}$ is **[AMU 1991]**

(a) e (b) $\frac{3}{2}e$ (c) $2e$ (d) $3e$

37. $\frac{1^2.2}{1!}+\frac{2^2.3}{2!}+\frac{3^2.4}{3!}+.....\infty=$ **[UPSEAT 1999]**

(a) $6e$ (b) $7e$ (c) $8e$ (d) $9e$

38. The value of $\sqrt{e}$ will be **[UPSEAT 1999]**

(a) 1.648 (b) 1.547 (c) 1.447 (d) 1.348

39. The sum of the infinite series

$\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+\frac{4}{5!}+.....$ is **[AMU 1999]**

(a) $e-2$ (b) $\frac{2}{3}e-1$ (c) 1 (d) 3/2

40. The sum of $\frac{2}{1!}+\frac{6}{2!}+\frac{12}{3!}+\frac{20}{4!}+.....$ is **[UPSEAT 2000]**

(a) $\frac{3e}{2}$ (b) e (c) $2e$ (d) $3e$

41. $1+\frac{(\log_e n)^2}{2!}+\frac{(\log_e n)^4}{4!}+....=$ **[MP PET 1996]**

(a) n (b) $1/n$ (c) $\frac{1}{2}(n+n^{-1})$ (d) $\frac{1}{2}(e^n+e^{-n})$

42. The sum of the series

$\frac{1^2}{1.2!}+\frac{1^2+2^2}{2.3!}+\frac{1^2+2^2+3^2}{3.4!}+......+\frac{1^2+2^2+.....+n^2}{n.(n+1)!}+....\infty$ equals **[AMU 2002]**

(a) e^2 (b) $\frac{1}{2}(e+e^{-1})^2$ (c) $\frac{3e-1}{6}$ (d) $\frac{4e+1}{6}$

43. The value of $(a+b)(a-b)+\frac{1}{2!}(a+b)(a-b)(a^2+b^2)+\frac{1}{3!}(a+b)(a-b)(a^4+a^2b^2+b^4)+.....$ is

(a) $e^{a^2}-e^{b^2}$ (b) $e^{a^2}+e^{b^2}$ (c) $e^{a^2-b^2}$ (d) None of these

44. Sum of the series $C=1+\frac{\cos x}{1!}+\frac{\cos 2x}{2!}+\frac{\cos 3x}{3!}+.....$ and $S=\frac{\sin x}{1!}+\frac{\sin 2x}{2!}+\frac{\sin 3x}{3!}+.....$ is equal to **[AMU 2001]**

(a) exp (ix) (b) exp [cos (sin x)+i sin(sin x)] (c) exp [exp(ix)] (d) exp (cos x)[exp (ix)]

45. The sum of the series

$\frac{4}{1!}+\frac{11}{2!}+\frac{22}{3!}+\frac{37}{4!}+\frac{56}{5!}+.....$ is **[Kurukshetra CEE 2002]**

(a) $6e$ (b) $6e-1$ (c) $5e$ (d) $5e+1$

46. The sum of the series

$\frac{1}{1.2}+\frac{1.3}{1.2.3.4}+\frac{1.3.5}{1.2.3.4.5.6}+......\infty$ is **[Kurukshetra CEE 2002]**

(a) $15e$ (b) $e^{1/2}+e$ (c) $e^{1/2}-1$ (d) $e^{1/2}-e$

47. $\frac{9}{1!}+\frac{16}{2!}+\frac{27}{3!}+\frac{42}{4!}+.....=$ **[Roorkee 1992]**

(a) $5e$ (b) $7e$ (c) $9e$ (d) $11e-6$

48. If S_n denotes the sum of the products of the first n natural numbers taken two at a time, then $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{S_n}{(n+1)!}=$

(a) $\frac{11e}{24}$ (b) $\frac{11e}{12}$ (c) $\frac{13e}{24}$ (d) None of these

49. The sum of the series $1+\frac{1^2+2^2}{2!}+\frac{1^2+2^2+3^2}{3!}+\frac{1^2+2^2+3^2+4^2}{4!}+.....$ is

(a) $3e$ (b) $\frac{17}{6}e$ (c) $\frac{13}{6}e$ (d) $\frac{19}{6}e$

50. The sum of the series $\frac{9}{1!}+\frac{19}{2!}+\frac{35}{3!}+\frac{57}{4!}+\frac{85}{5!}+....$ is

(a) $12e-7$ (b) $12e-5$ (c) $12e-11$ (d) None of these

51. The sum of the series $\frac{1^2.2^2}{1!}+\frac{2^2.3^2}{2!}+\frac{3^2.4^2}{3!}+......$ is

(a) $27e$ (b) $24e$ (c) $28e$ (d) None of these

52. If $a=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{3n}}{(3n)!}, b=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{3n-2}}{(3n-2)!}$ and $c=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{3n-1}}{(3n-1)!}$, then the value of $a^3+b^3+c^3-3abc$ is

(a) 1 (b) 0 (c) – 1 (d) – 2

Logarithmic series

Basic Level

53. $\frac{1}{2}x^2+\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{4}x^4+....\infty=$

(a) $\frac{x}{1+x}-\log_e(1-x)$ (b) $\frac{x}{1+x}+\log_e(1-x)$ (c) $\frac{x}{1-x}-\log_e(1-x)$ (d) $\frac{x}{1-x}+\log_e(1-x)$

54. $1+\frac{1}{3.\,2^2}+\frac{1}{5.\,2^4}+\frac{1}{7.\,2^6}+....\infty=$

(a) $\log_e 3$ (b) $2\log_e 3$ (c) $\frac{1}{2}\log_e 3$ (d) None of these

55. $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{4}+\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{8}+\frac{7}{4}\cdot\frac{1}{16}+.....\infty=$

(a) $2-\log_e 2$ (b) $2+\log_e 2$ (c) $\log_e 4$ (d) None of these

56. $\frac{1}{x}-\frac{1}{2x^2}+\frac{1}{3x^3}-....\infty=$

(a) $\log_e\frac{x-1}{x}$ (b) $\log_e\frac{x+1}{x}$ (c) $\log_e\frac{1}{x}$ (d) None of these

57. $\left(\frac{a-b}{a}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{a-b}{a}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{a-b}{a}\right)^3+....=$ **[MNR 1979; MP PET 1990; UPSEAT 2001, 02]**

(a) $\log_e(a-b)$ (b) $\log_e\left(\frac{a}{b}\right)$ (c) $\log_e\left(\frac{b}{a}\right)$ (d) $e^{\left(\frac{a-b}{a}\right)}$

58. $\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5^2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5^3}+......\infty=$

(a) $\log_e\frac{4}{5}$ (b) $\log_e\frac{\sqrt{5}}{2}$ (c) $2\log_e\frac{\sqrt{5}}{2}$ (d) None of these

59. The sum of the series $\frac{1}{2.3}+\frac{1}{4.5}+\frac{1}{6.7}+....=$ **[MP PET 1998]**

(a) $\log\frac{2}{e}$ (b) $\log\frac{e}{2}$ (c) $\frac{2}{e}$ (d) $\frac{e}{2}$

60. $\frac{1}{3}+\frac{1}{2.3^2}+\frac{1}{3.3^3}+\frac{1}{4.3^4}+....\infty=$ **[MNR 1975]**

(a) $\log_e 2-\log_e 3$ (b) $\log_e 3-\log_e 2$ (c) $\log_e 6$ (d) None of these

61. $1+\frac{2}{3}-\frac{2}{4}+\frac{2}{5}-....\infty=$

(a) $\log_e 3$ (b) $\log_e 4$ (c) $\log_e\left(\frac{e}{2}\right)$ (d) $\log_e\left(\frac{2}{3}\right)$

62. $\log_e \frac{4}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3 - ....$

(a) $2\log_e \frac{4}{5}$ (b) $\log_e \frac{5}{4}$ (c) 1 (d) 0

63. $\frac{1}{n^2} + \frac{1}{2n^4} + \frac{1}{3n^6} + ...\infty =$

(a) $\log_e\left(\frac{n^2}{n^2+1}\right)$ (b) $\log_e\left(\frac{n^2+1}{n^2}\right)$ (c) $\log_e\left(\frac{n^2}{n^2-1}\right)$ (d) None of these

64. The sum of $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2^3} + \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2^5} + ...\infty$ is **[MP PET 1991]**

(a) $\log_e \sqrt{\frac{3}{2}}$ (b) $\log_e \sqrt{3}$ (c) $\log_e \sqrt{\frac{1}{2}}$ (d) $\log_e 3$

65. If $0 < y < 2^{1/3}$ and $x(y^3 - 1) = 1$, then $\frac{2}{x} + \frac{2}{3x^3} + \frac{2}{5x^5} + ... =$ **[EAMCET 2003]**

(a) $\log\left[\frac{y^3}{y^3-2}\right]$ (b) $\log\left[\frac{y^3}{1-y^3}\right]$ (c) $\log\left[\frac{2y^3}{1-y^3}\right]$ (d) $\log\left[\frac{y^3}{1-2y^3}\right]$

66. The sum to infinity of the given series $\frac{1}{n} - \frac{1}{2n^2} + \frac{1}{3n^3} - \frac{1}{4n^4} + ...$ is **[MP PET 1994]**

(a) $\log_e\left(\frac{n+1}{n}\right)$ (b) $\log_e\left(\frac{n}{n+1}\right)$ (c) $\log_e\left(\frac{n-1}{n}\right)$ (d) $\log_e\left(\frac{n}{n-1}\right)$

67. $e^{\left(x - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-1)^3 - \frac{1}{4}(x-1)^4 + ...\right)}$ is equal to **[DCE 2001]**

(a) $\log x$ (b) $\log(x-1)$ (c) x (d) None of these

68. If the sum of $1 + \frac{1+2}{2} + \frac{1+2+3}{3} + ...$ to n terms is S, then S is equal to **[Kerala (Engg.) 2002]**

(a) $\frac{n(n+3)}{4}$ (b) $\frac{n(n+2)}{4}$ (c) $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ (d) n^2

69. Th sum of the series $2\{7^{-1} + 3^{-1}.7^{-3} + 5^{-1}.7^{-5} + ...\}$ is

(a) $\log_e\left(\frac{4}{3}\right)$ (b) $\log_e\left(\frac{3}{4}\right)$ (c) $2\log_e\left(\frac{3}{4}\right)$ (d) $2\log_e\left(\frac{4}{3}\right)$

70. $\log_e \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} =$

(a) $x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + ...\infty$ (b) $2\left[x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + ...\infty\right]$ (c) $2\left[x^2 + \frac{x^4}{4} + \frac{x^6}{6} + ...\infty\right]$ (d) None of these

71. If α, β are the roots of the equation $x^2 - px + q = 0$, then $\log_e(1 + px + qx^2) =$

(a) $(\alpha+\beta)x - \frac{\alpha^2+\beta^2}{2}x^2 + \frac{\alpha^3+\beta^3}{3}x^3 - .....\infty$ (b) $(\alpha+\beta)x - \frac{(\alpha+\beta)^2}{2}x^2 + \frac{(\alpha+\beta)^3}{3}x^3 - .....\infty$

(c) $(\alpha+\beta)x + \frac{\alpha^2+\beta^2}{2}x^2 + \frac{\alpha^3+\beta^3}{3}x^3 + ...\infty$ (d) None of these

72. $\log_e(x+1) - \log_e(x-1) =$

(a) $2\left[x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + ...\infty\right]$ (b) $\left[x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + ...\infty\right]$ (c) $2\left[\frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + ...\infty\right]$ (d) $\left[\frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + ...\infty\right]$

73. $\log_e\left[(1+x)^{1+x}(1-x)^{1-x}\right] =$

(a) $\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^6}{6} + ...\infty$

(b) $\frac{x^2}{1.2}+\frac{x^4}{3.4}+\frac{x^6}{5.6}+.....\infty$

(c) $2\left[\frac{x^2}{1.2}+\frac{x^4}{3.4}+\frac{x^6}{5.6}+.....\infty\right]$

(d) None of these

74. If m, n are the roots of the equation $x^2-x-1=0$, then the value of $\frac{\left(1+m\log_e 3+\frac{(m\log_e 3)^2}{2!}+....\infty\right)\left(1+n\log_e 3+\frac{(n\log_e 3)^2}{2!}+....\infty\right)}{\left(1+mn\log_e 3+\frac{(mn\log_e 3)^2}{2!}+.....\infty\right)}$ is

(a) 9 (b) 3 (c) 0 (d) 1

75. The value of $\log_e\left(1+ax^2+a^2+\frac{a}{x^2}\right)$ is

(a) $a\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)-\frac{a^2}{2}\left(x^4-\frac{1}{x^4}\right)+\frac{a^3}{3}\left(x^6-\frac{1}{x^6}\right)-.....$

(b) $a\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-\frac{a^2}{2}\left(x^4+\frac{1}{x^4}\right)+\frac{a^3}{3}\left(x^6+\frac{1}{x^6}\right)-.....$

(c) $a\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+\frac{a^2}{2}\left(x^4+\frac{1}{x^4}\right)+\frac{a^3}{3}\left(x^6+\frac{1}{x^6}\right)+.....$

(d) $a\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)+\frac{a^2}{2}\left(x^4-\frac{1}{x^4}\right)+\frac{a^3}{3}\left(x^6-\frac{1}{x^6}\right)+.....$

76. If $\log_e\left(\frac{a+b}{2}\right)=\frac{1}{2}(\log_e a+\log_e b)$, then relation between a and b will be **[UPSEAT 1999]**

(a) $a=b$ (b) $a=2b$ (c) $2a=b$ (d) $a=\frac{b}{3}$

77. The solutions of the equation $x^{\frac{1}{2}(\log_2 x-2)}=16$ are **[AMU 1999]**

(a) $\pm 2\sqrt{2}$ (b) $4,-2$ (c) $16,\frac{1}{4}$ (d) $4,\frac{1}{16}$

78. The solution of $\log_\pi(\log_2(\log_7 x))=0$ is **[AMU 2002]**

(a) 7^2 (b) π^2 (c) 2^2 (d) None of these

79. If $x=\log_b a, y=\log_c b, z=\log_a c$; then xyz is **[MP PET 2002; UPSEAT 2003]**

(a) 1 (b) 0 (c) 3 (d) None of these

Advance Level

80. $\frac{x-1}{(x+1)}+\frac{1}{2}\cdot\frac{x^2-1}{(x+1)^2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{x^3-1}{(x+1)^3}+.....\infty=$

(a) $\log_e x$ (b) $\log_e(1+x)$ (c) $\log_e(1-x)$ (d) $\log_e\frac{x}{1+x}$

81. $\frac{5}{1.2.3}+\frac{7}{3.4.5}+\frac{9}{5.6.7}+.....$ is equal to **[Karnataka CET 1997]**

(a) $\log\frac{8}{e}$ (b) $\log\frac{e}{8}$ (c) $\log 8e$ (d) None of these

82. $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{2(x+1)^2}+\frac{1}{3(x+1)^3}+.....\infty=$

(a) $\log_e\left(1+\frac{1}{x}\right)$ (b) $\log_e\left(1-\frac{1}{x}\right)$ (c) $\log_e\left(\frac{x}{x+1}\right)$ (d) None of these

83. $\frac{(a-1)-\frac{(a-1)^2}{2}+\frac{(a-1)^3}{3}-......\infty}{(b-1)-\frac{(b-1)^2}{2}+\frac{(b-1)^3}{3}-......\infty}=$

(a) $\log_b a$ (b) $\log_a b$ (c) $\log_e a - \log_e b$ (d) $\log_e a + \log_e b$

84. $1+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\frac{1}{4^2}+\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{7}\right)\frac{1}{4^3}+.....\infty =$

(a) $\log_e(2\sqrt{3})$ (b) $2\log_e 2$ (c) $\log_e 2$ (d) $\log_e\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

85. $1+\frac{2}{1.2.3}+\frac{2}{3.4.5}+\frac{2}{5.6.7}+.....\infty =$ **[Roorkee 1980]**

(a) $\log_e 2$ (b) $\log_e \sqrt{2}$ (c) $\log_e 4$ (d) None of these

86. $\frac{4}{1.3}-\frac{6}{2.4}+\frac{12}{5.7}-\frac{14}{6.8}+.....\infty =$

(a) $\log_e 3$ (b) $\log_e 2$ (c) $2\log_e 2$ (d) None of these

87. $\frac{m-n}{m+n}+\frac{1}{3}\left(\frac{m-n}{m+n}\right)^3+\frac{1}{5}\left(\frac{m-n}{m+n}\right)^5+......\infty =$ **[CET 1996]**

(a) $\log_e\left(\frac{m}{n}\right)$ (b) $\log_e\left(\frac{n}{m}\right)$ (c) $\log_e\left(\frac{m-n}{m+n}\right)$ (d) $\frac{1}{2}\log_e\left(\frac{m}{n}\right)$

88. If $n=(1999)!$, then $\sum_{x=1}^{1999}\log_n x$ is equal to **[AMU 2002]**

(a) 1 (b) 0 (c) $\sqrt[1999]{1999}$ (d) –1

89. If $\log(1-x+x^2)=a_1x+a_2x^2+a_3x^3+.....$, then $a_3+a_6+a_9+.....$ is equal to **[Kurukshetra CEET 2002]**

(a) $\log 2$ (b) $\frac{2}{3}\log 2$ (c) $\frac{1}{3}\log 2$ (d) $2\log 2$

90. The sum of $1+\frac{2}{1.2.3}+\frac{2}{3.4.5}+\frac{2}{5.6.7}+.....$ is **[Roorkee 1980; MP PET 2002, 03]**

(a) $2\log_e 2$ (b) $\log_e 2$ (c) $3\log_e 3$ (d) $3\log_e 2$

91. The sum of the series $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}\right)^2+\frac{2}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^3+\frac{3}{4}\left(\frac{1}{5}\right)^4+....$ is

(a) $1/4+\log(4/5)$ (b) $1/3+\log(2/3)$ (c) $1/2+\log(3/2)$ (d) None of these

92. The sum of the series $\frac{x}{1+x^2}+\frac{1}{3}\left(\frac{x}{1+x^2}\right)^3+\frac{1}{5}\left(\frac{x}{1+x^2}\right)^5+......$ is

(a) $\frac{1}{2}\log(1+x+x^2)$ (b) $\frac{1}{2}\log\left(\frac{1+x^2+x}{1+x^2-x}\right)$ (c) $\log(1-x+x^2)$ (d) None of these

93. $\log_a x$ is defined for $(a > 0)$ **[Roorkee 1990]**

(a) All real x
(b) All negative (-) real $x \neq 1$
(c) All positive (+) real $x \neq 0$
(d) $a \geq e$

94. If $7^{\log_7(x^2-4x+5)}=x-1$, then x can have the values **[Roorkee 1990; DCE 2001]**

(a) $(2,3)$ (b) 7 (c) $(-2,-3)$ (d) (2,-3)

95. $\log_e(1+x)=\sum_{i=1}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{i+1}x^i}{i}\right]$ is defined for **[Roorkee 1990]**

(a) $x\in(-1,1)$
(b) Any positive (+) real x
(c) $x\in(-1,1]$
(d) Any positive (+) real $x(x\neq 1)$

96. If $2^x.3^{x+4}=7^x$, then x= **[MP PET 1991]**

(a) $\frac{4\log_e 3}{\log_e 7-\log_e 6}$ (b) $\frac{4\log_e 3}{\log_e 6-\log_e 7}$ (c) $\frac{2\log_e 4}{\log_e 7+\log_e 6}$ (d) $\frac{2\log_e 4}{\log_e 7+\log_e 6}$

97. If $x=1+\log_a(bc), y=1+\log_b(ca)$ and $z=1+\log_c(ab)$, then $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=$ **[MP PET 1991]**

(a) 0 (b) 1 (c) 3 (d) xyz

98. The value of x obtained from equation $(4)^{\log_9 3} + (9)^{\log_2 4} = (10)^{\log_x 83}$ will be **[UPSEAT 1999]**

(a) 10 (b) 100 (c) 5 (d) 2

99. In the expansion of $2\log_e x - \log_e(x+1) - \log_e(x-1)$, the coefficient of x^{-4} is

(a) $\frac{1}{2}$ (b) -1 (c) 1 (d) None of these

100. If $|x| < 1$, then the coefficient of x^5 in the expansion of $(1-x).\log_e(1-x)$ is

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{20}$ (d) $\frac{1}{10}$

101. In the expansion of $\log_e \frac{1}{1-x-x^2+x^3}$, the coefficient of x is

(a) 0 (b) 1 (c) –1 (d) 1/2

102. If n is not a multiple of 3, then the coefficient of x^n in the expansion of $\log_e(1+x+x^2)$ is **[Roorkee 1992, Kurukshetra CEE**

(a) $\frac{1}{n}$ (b) $\frac{2}{n}$ (c) $-\frac{1}{n}$ (d) $-\frac{2}{n}$

103. If n is a multiple of 3, then the coefficient of x^n in the expansion of $\log_e(1+x+x^2)$ is **[Roorkee 1994]**

(a) $\frac{1}{n}$ (b) $\frac{2}{n}$ (c) $-\frac{1}{n}$ (d) $-\frac{2}{n}$

Miscellaneous Problems

Basic Level

104. If $y = 2x^2 - 1$, then $\left[\frac{1}{y} + \frac{1}{3y^3} + \frac{1}{5y^5} + ...\right]$ is equal to

(a) $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{2x^4} + \frac{1}{3x^6} - .....\right]$ (b) $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x^4} + \frac{1}{3x^6} + ...\right]$

(c) $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{x^2} + \frac{1}{3x^6} + \frac{1}{5x^{10}} + ...\right]$ (d) $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{3x^6} + \frac{1}{5x^{10}} - .....\right]$

105. If $y = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - ....\infty$, then $x =$ **[MNR 1973]**

(a) $y - \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} - ....\infty$, (b) $y + \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} + ...\infty$ (c) $1 + y + \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} + ...$ (d) None of these

Advance Level

106. If $y = x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^4}{4!} + ...$, then $x =$

(a) $\log_e(1-y)$ (b) $\frac{1}{\log_e(1-y)}$ (c) $\log_e \frac{1}{(1-y)}$ (d) $\log_e(1+y)$

107. If $b = a - \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{3} - \frac{a^4}{4} + ...$, then $b + \frac{b^2}{2!} + \frac{b^3}{3!} + \frac{b^4}{4!} + ...\infty =$

(a) $\log_e a$ (b) $\log_e b$ (c) a (d) e^a

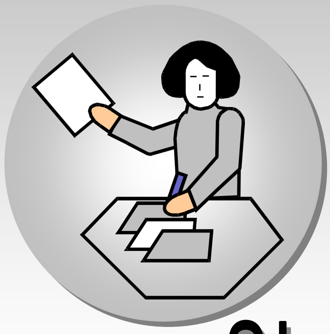
108. If $4\left[x^2 + \frac{x^6}{3} + \frac{x^{10}}{5} + ...\right] = y^2 + \frac{y^4}{2} + \frac{y^6}{3} + ...$, then

(a) $x^2 y = 2x - y$ (b) $x^2 y = 2x + y$ (c) $x = 2y^2 - 1$ (d) $x^2 y = 2x + y^2$

109. If $t_n = \frac{1}{4}(n+2)(n+3)$ for $n = 1, 2, 3....$, then $\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} + ... + \frac{1}{t_{2003}} =$ **[EAMCET 2003]**

(a) $\frac{4006}{3006}$ (b) $\frac{4003}{3007}$ (c) $\frac{4006}{3008}$ (d) $\frac{4006}{3009}$

***



Answer Sheet

Exponential and Logarithmic *Assignment (Basic and Advance Level)*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
d	c	c	b	b	c	b	d	b	b	a	b	b	b	c	b	d	b	d	b
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
c	c	b	a	d	b	d	b	c	c	b	b	c	a	c	c	b	a	c	d
41	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**	**51**	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**
c	c	a	c	b	c	d	a	b	b	a	a	d	a	a	b	b	c	b	b
61	**62**	**63**	**64**	**65**	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**	**71**	**72**	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**	**78**	**79**	**80**
b	d	c	b	a	a	d	a	a	a	a	c	c	a	b	a	c	a	a	a
81	**82**	**83**	**84**	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**	**90**	**91**	**92**	**93**	**94**	**95**	**96**	**97**	**98**	**99**	**100**
a	a	a	a	c	b	d	a	b	a	a	b	c	a	c	a	b	a	a	c
101	**102**	**103**	**104**	**105**	**106**	**107**	**108**	**109**											
b	a	d	b	b	c	c	a	d											